



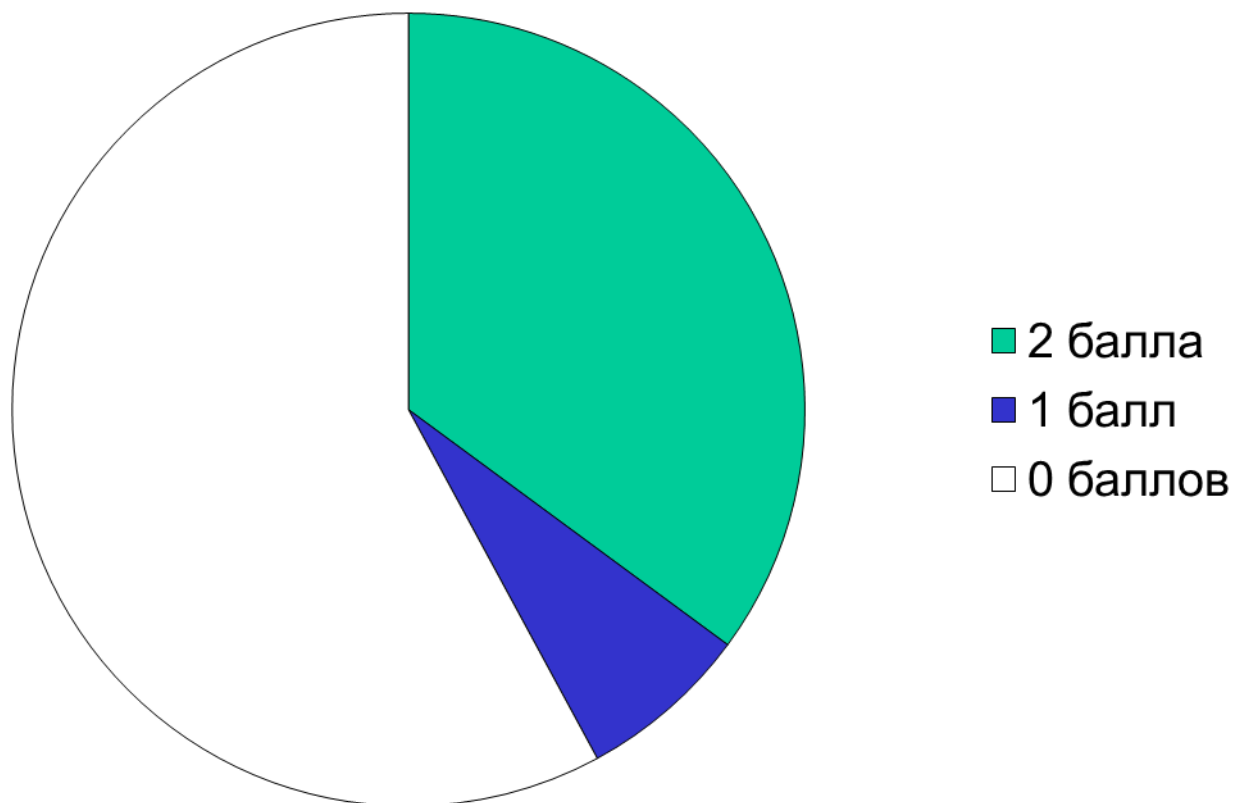
Подготовка к ЕГЭ. Профильный уровень. Задача по тригонометрии с развернутым ответом

докладчик: **Иванов Сергей Олегович**

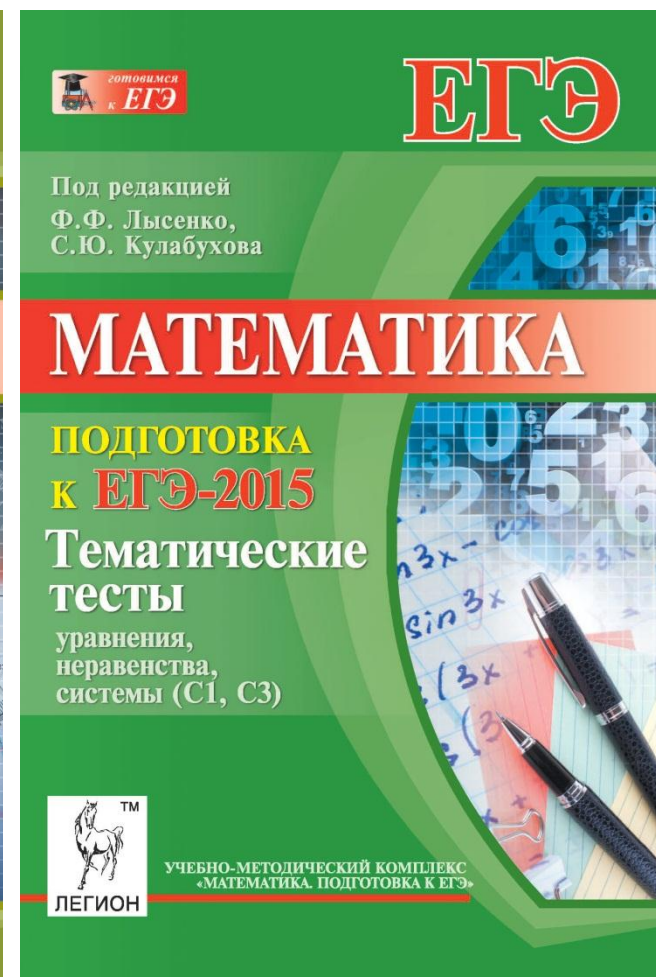
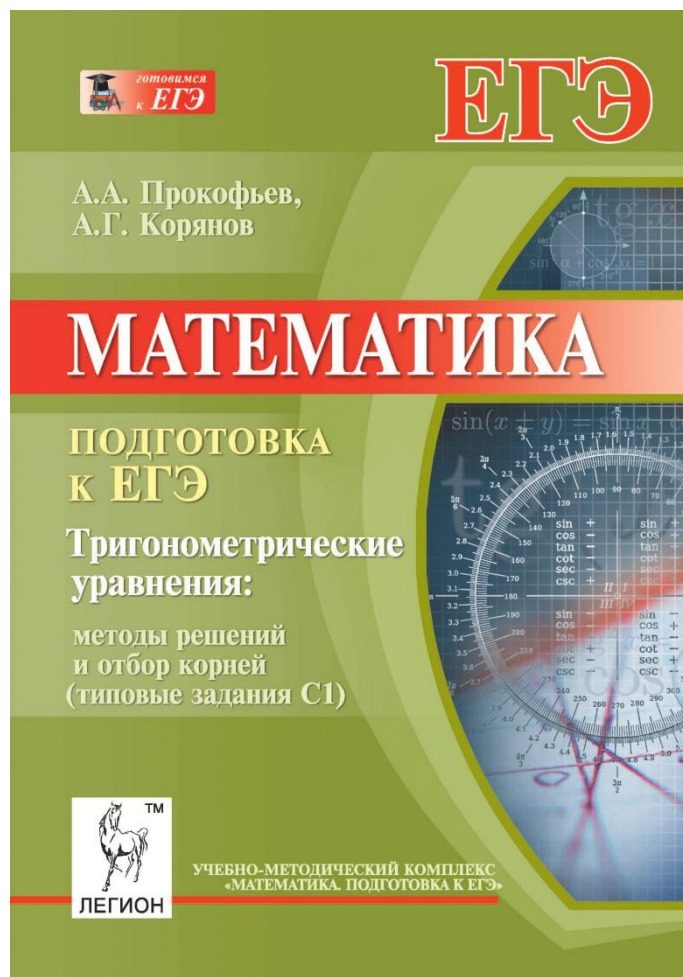
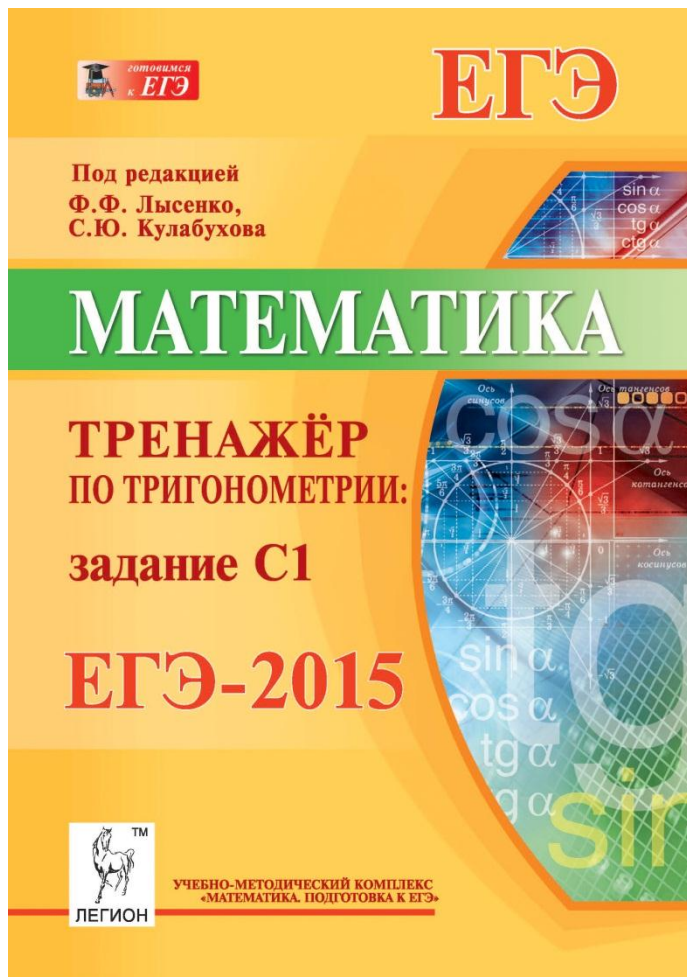
Решаемость на ЕГЭ-2015

15	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3	2.1, 2.2	II	2	10	1 балл	7,0
							2 балла	35,1

Процент участников



КНИГИ

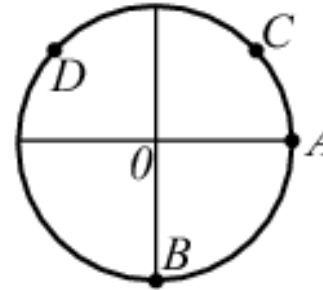


Числовая окружность (1)

Найдите на числовой окружности точку, которая соответствует:

1. числу $\frac{3\pi}{4}$.

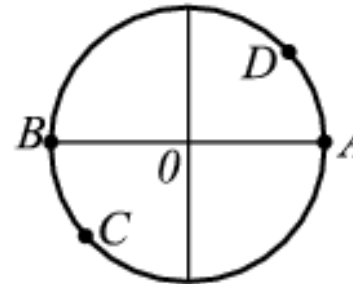
- 1) *A* 2) *B* 3) *C* 4) *D*



	1		
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. числу $-\frac{7\pi}{4}$.

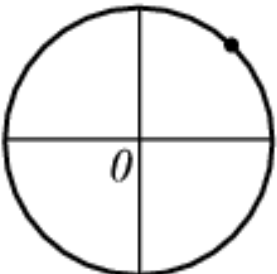
- 1) *A* 2) *B* 3) *C* 4) *D*



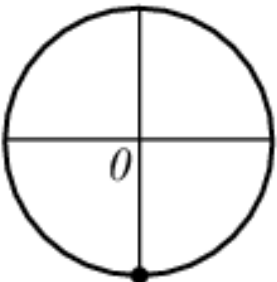
	4		
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Числовая окружность (2)

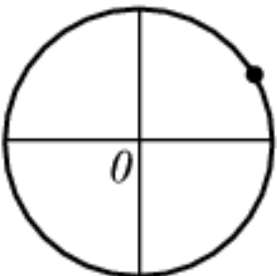
Какая из следующих точек изображена на числовой окружности?

10.  1) π 2) $\frac{\pi}{2}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) 2π

10			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

11.  1) 2π 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{2}$ 4) $\frac{3\pi}{2}$

11			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

12.  1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{6}$ 4) 2π

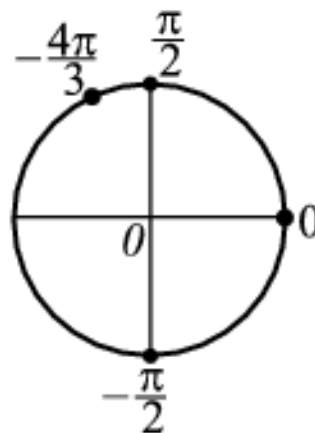
12			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Числовая окружность (3)

С какой из отмеченных на числовой окружности точек совпадает:

19. точка $\frac{2\pi}{3}$?

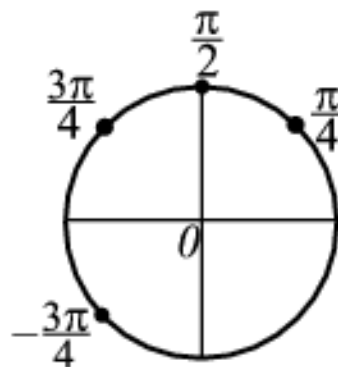
- 1) 0 2) $\frac{\pi}{2}$ 3) $-\frac{4\pi}{3}$ 4) $-\frac{\pi}{2}$



19			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

20. точка $\frac{5\pi}{4}$?

- 1) $\frac{\pi}{4}$ 2) $\frac{\pi}{2}$ 3) $\frac{3\pi}{4}$ 4) $-\frac{3\pi}{4}$

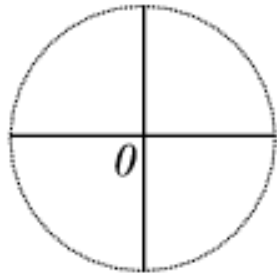


20			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

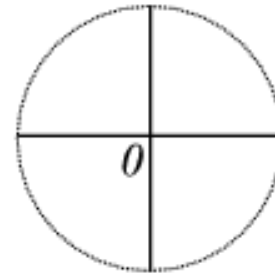
Числовая окружность (4)

Выделите на числовой окружности дугу, точки которой удовлетворяют неравенству:

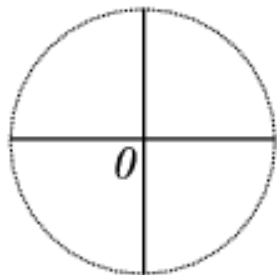
31. $\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$



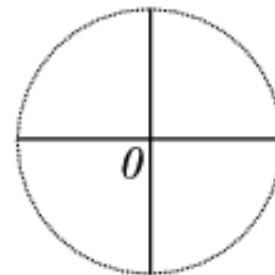
32. $\frac{\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$



33. $2\pi k \leq x \leq \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$



34. $-\frac{5\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$



Синус и косинус (1)

Используя периодичность синуса и косинуса, вычислите:

43. $\cos \frac{7\pi}{3}$.

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $-\frac{1}{2}$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

43			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

44. $\sin \frac{13\pi}{6}$.

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) 0 4) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

44			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

45. $\cos \frac{9\pi}{4}$.

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

45			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

46. $\cos \frac{11\pi}{6}$.

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $-\frac{1}{2}$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

46			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Синус и косинус (2)

Используя сведения о чётности тригонометрических функций,
вычислите:

$$49. \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right).$$

49	
----	--

$$50. \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right).$$

50	
----	--

$$51. \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right).$$

51	
----	--

$$52. \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right).$$

52	
----	--

$$53. \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right).$$

53	
----	--

$$54. \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right).$$

54	
----	--

Синус и косинус (3)

Используя формулы приведения, вычислите:

55. $\sin \frac{5\pi}{4}$.

1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

55			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

56. $\cos \frac{3\pi}{4}$.

1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

56			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

57. $\sin \frac{5\pi}{6}$.

1) $-\frac{1}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) $\frac{1}{2}$

57			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

58. $\cos \frac{7\pi}{6}$.

1) $-\frac{1}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) $\frac{1}{2}$

58			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Определите, какому из указанных выражений
тождественно равно выражение:

67. $\sin\left(t + \frac{3\pi}{2}\right)$.

1) $\sin t$ 2) $\cos t$
3) $-\sin t$ 4) $-\cos t$

67			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

68. $\cos\left(t + \frac{3\pi}{2}\right)$.

1) $\sin t$ 2) $\cos t$
3) $-\sin t$ 4) $-\cos t$

68			
1	2	3	4
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Синус и косинус (тождество)

Используя основное тригонометрическое тождество, вычислите:

73. $\sin^2 x$, если $\cos x = \frac{1}{3}$.

73	
----	--

74. $\cos^2 x$, если $\sin x = \frac{2}{7}$.

74	
----	--

75. $\sin^2 x$, если $\cos x = \frac{4}{5}$.

75	
----	--

76. $\cos^2 x$, если $\sin x = \frac{1}{4}$.

76	
----	--

77. $\cos x$, если $\sin x = \frac{3}{5}$,

77	
----	--

78. $\sin x$, если $\cos x = -\frac{4}{5}$,

78	
----	--

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

Синус и косинус (двойной угол)

Используя формулы двойного аргумента, определите, какому из указанных выражений тождественно равно выражение:

79. $\sin 6x$.

1) $\sin^2 3x - \cos^2 3x$

3) $2 \sin 2x \cdot \cos 4x$

2) $2 \sin 3x \cdot \cos 3x$

4) $\sin x + \sin 5x$

	79			
1	2	3	4	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

80. $\cos 4x$.

1) $\cos^2 2x - \sin^2 2x$

3) $2 \sin 2x - \cos^2 2x$

2) $2 \sin 2x \cdot \cos 2x$

4) $\cos x + \cos 3x$

	80			
1	2	3	4	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

81. $\sin 10\alpha$.

1) $2 \sin 5\alpha \cdot \cos 5\alpha$

3) $2 \sin 2\alpha \cdot \cos 3\alpha$

2) $\sin^2 5\alpha - \cos^2 5\alpha$

4) $\sin \alpha - \sin 4\alpha$

	81			
1	2	3	4	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

Тангенс и котангенс

- Таблица значений для стандартных аргументов
- Нечётность
- Периодичность
- Формулы приведения

Простейшие уравнения (1)

§ 4. Простейшие тригонометрические уравнения

139. Решите уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$. Ответ запишите в виде двух серий.

139	$x = \underline{\hspace{2cm}} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \underline{\hspace{2cm}} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$
-----	---

140. Решите уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ответ запишите в виде двух серий.

140	$\underline{\hspace{10cm}}$
-----	-----------------------------

То же самое для синуса и тангенса (котангенса)

Простейшие уравнения (2)

166. Решите уравнение $\cos x = -1,2$.

166

167. Решите уравнение $\sin x = -\frac{7}{3}$.

167

168. Решите уравнение $\operatorname{tg} x = 1,5$.

168

169. Решите уравнение $\operatorname{tg} x = -1,2$.

169

Комбинированные уравнения (1)

187. Решите уравнение $\sin^2 x - 2 \cos x + 2 = 0$.

Решение.

Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$. Уравнение примет вид _____.
Сделаем замену _____ = t , где t удовлетворяет условию _____ $\leq t \leq$ _____. Получим квадратное уравнение _____ = 0, корнями которого являются $t_1 =$ _____, $t_2 =$ _____. Учитывая условие _____ $\leq t \leq$ _____, получим уравнение $\cos x =$ _____, откуда $x =$ _____.

187	
-----	--

Комбинированные уравнения (2)

190. Решите уравнение $\sin 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 1 = 0$.

Решение.

Применим формулу приведения ко второму слагаемому. Уравнение примет вид _____ . Применяя формулы $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ и $\cos 2x + 1 = 2 \cos^2 x$, получим $2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$. После этого общий множитель вынесем за скобки. Получим уравнение $2 \cos x(\text{_____}) = 0$, которое равносильно совокупности двух уравнений

$$\left[\begin{array}{l} \text{_____}, \\ \cos x = 0. \end{array} \right.$$

Решая первое уравнение как однородное, получим: _____.

Решая второе уравнение, получим: _____.

190	
-----	--

Комбинированные уравнения (3)

193. Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$.

Решение.

Сделаем замену $2x - \frac{\pi}{6} = t$. Получим уравнение _____,
решая которое, находим $t =$ _____. Возвращаясь к
исходной переменной, получаем $2x - \frac{\pi}{6} =$ _____, откуда
 $2x =$ _____,
 $x =$ _____.

193	
-----	--

203. Решите уравнение $\log_3(\cos x + 8) = 2$.

Решение.

По определению логарифма $\cos x + 8 =$ _____, откуда
 $\cos x =$ _____, тогда $x =$ _____.

203	
-----	--

Планы решений (1)

212. Решите уравнение $\cos^3 x - 2 \cos^2 x = 3 \cos x$.

Решение.

Перенесём $3 \cos x$ в левую часть уравнения:

_____ = 0. Сделаем замену _____ = t , где t удовлетворяет условию _____ $\leq t \leq$ _____.

Уравнение примет вид _____ = 0.

Разложив кубический трёхчлен на линейные множители, получим уравнение $t(\text{_____})(\text{_____}) = 0$, корнями которого являются $t_1 = \text{_____}$, $t_2 = \text{_____}$, $t_3 = \text{_____}$.

Возвращаясь к исходной переменной и учитывая, что

_____ $\leq t \leq$ _____, имеем два уравнения:

1) $\cos x = \text{_____}$, откуда $x = \text{_____}$.

2) $\cos x = \text{_____}$, откуда $x = \text{_____}$.

212	
-----	--

Планы решений (2)

215. Решите уравнение $\frac{\cos^2 x + \cos x}{\sin x} = 0$.

Решение.

Уравнение $\frac{\cos^2 x + \cos x}{\sin x} = 0$ равносильно системе

$$\begin{cases} \cos^2 x + \cos x = \underline{\hspace{2cm}}, \\ \sin x \neq \underline{\hspace{1cm}}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x(\cos x + 1) = \underline{\hspace{2cm}}, \\ \sin x \neq \underline{\hspace{2cm}}, \end{cases} \text{ откуда}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \cos x = 0, \\ \cos x + 1 = 0, \end{array} \right. \\ \sin x \neq \underline{\hspace{1cm}}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = 0, \\ \sin x \neq \underline{\hspace{1cm}} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \cos x + 1 = 0, \\ \sin x \neq \underline{\hspace{1cm}}. \end{cases}$$

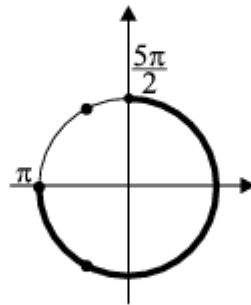
Вторая система не имеет решений. Решением исходной системы является семейство $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

Отбор корней: окружность

236. Найдите все значения x из семейства $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

Отметим на единичной окружности точки семейства $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$.



Отметим на единичной окружности дугу $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$. На этой дуге лежит только точка $\pi + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$. Значит, из семейства $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$ отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ принадлежит $\underline{\hspace{2cm}}$.

236

Отбор корней: неравенства

241. Найдите все значения x из семейств $x = 2\pi n$, $n \in Z$ и $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$,

$k \in Z$, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

Выясним сначала, для каких целых n выполняется неравенство $\pi \leq 2\pi n \leq \frac{5\pi}{2}$. Решая это неравенство относительно n , получим $\frac{1}{2} \leq n \leq \frac{5}{4}$. Отсюда находим $x_1 = \pi$.

Семейство $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$ равносильно совокупности двух семейств: 1) $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in Z$; 2) $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi t$, $t \in Z$.

Значения первого семейства лежат на отрезке $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ при $\pi \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi m \leq \frac{5\pi}{2}$, $1 \leq \frac{1}{3} + 2m \leq \frac{5}{2}$, $\frac{2}{3} \leq 2m \leq \frac{13}{6}$, $\frac{1}{3} \leq m \leq 1\frac{1}{12}$.

Отсюда $m = 1$, $x_2 = \frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{7\pi}{3}$.

Значения второго семейства лежат на отрезке $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ при $\pi \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi t \leq \frac{5\pi}{2}$, $\frac{10}{3} \leq -\frac{1}{3} + 2t \leq \frac{5}{2}$, $\frac{11}{3} \leq 2t \leq \frac{13}{2}$, $\frac{11}{6} \leq t \leq \frac{13}{4}$.

Отсюда $m = 1$, $x_3 = \frac{7\pi}{3}$.

Планы решений (3)

251. а) Решите уравнение $\sin^2 x + 3 \cos x + 3 = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

Решение.

а) Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством, тогда уравнение примет вид _____ = 0.

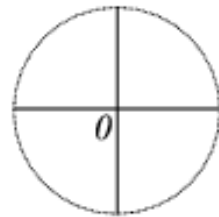
Сделаем замену _____ = t , где t удовлетворяет условию _____ $\leq t \leq$ _____.

Получим квадратное уравнение _____ = 0, корнями которого являются $t_1 =$ _____,

$t_2 =$ _____. Учитывая условие _____ $\leq t \leq$ _____, получим уравнение $\cos x =$ _____, откуда $x =$ _____.

б) Найдём корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

Отметим на единичной окружности значения x точками. Как видим по рисунку, получилась _____ точка, которая принадлежит этому промежутку.



Это позволяет записать значение x , принадлежащее промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$: _____.

Планы решений (4)

255. а) Решите уравнение $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right]$.

Решение.

а) $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$.

Применяем метод деления левой и правой частей уравнения на косинус во второй степени (степень уравнения), получим _____ = 0, при _____ $\neq 0$ и $x \neq$ _____.

Сделав замену _____ = t , где t — любое число, получим квадратное уравнение _____ = 0, корнями являются $t_1 =$ _____, $t_2 =$ _____. Возвращаясь к исходному уравнению, получаем два уравнения:

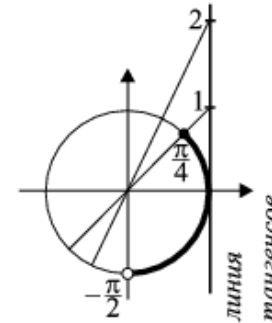
1) $\operatorname{tg} x =$ _____, откуда $x =$ _____

2) $\operatorname{tg} x =$ _____, откуда $x =$ _____

б) Найдём все корни уравнения, принадлежащие промежутку

$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right]$. Для чего

- 1) построим единичную окружность;
- 2) отметим на ней точки, соответствующие найденным значениям x ;



3) на единичной окружности выделим дугу, соответствующую промежутку $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right]$;

4) промежутку $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right]$ принадлежит $x =$ _____.



Книги можно заказать в нашем
интернет-магазине на сайте:

www.legionr.ru

Спрашивайте
в книжных магазинах города!



**Издательство
регулярно проводит
онлайн-семинары
авторов пособий с
педагогами. По
завершении каждого
вебинара участники
получают электронные
сертификаты. Ссылки
для участия вы
сможете найти на сайте
издательства
www.legionr.ru**



***Все вебинары
издательства «Легион»
носят обучающий характер***



legionrus@legionrus.com

Вступайте в группу

«Издательство «Легион»

В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ:

 Контактe

 одноклассники

 асebook

Видео вебинаров смотрите на



Адрес для корреспонденции:

344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550